

**Компьютерная графика**  
**Лекция 8**

**31.10/01.11 2013**

# **Синтез изображений с помощью растеризации. OpenGL**

Алексей Викторович Игнатенко  
Лаборатория компьютерной графики и  
мультимедиа  
ВМК МГУ

# Лекция из трех частей: алгоритм растеризации, OpenGL, геометрические преобразования

Алгоритм синтеза изображений  
с помощью растеризации

Геометрические  
преобразования

OpenGL: Архитектура и  
основные функции

# Графический процесс: типовая последовательность применения алгоритмов



# Графический процесс: типовая последовательность применения алгоритмов



# При выборе алгоритма надо выбрать между скоростью и качеством

Скорость



Растеризация

Качество



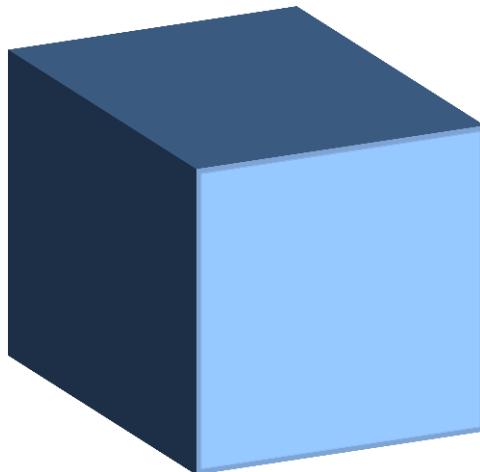
Трассировка  
лучей/фотонов  
Излучательность

Выбор условный! Все зависит от  
особенностей данных и реализации.  
Появление и развитие GPU сильно  
изменили баланс

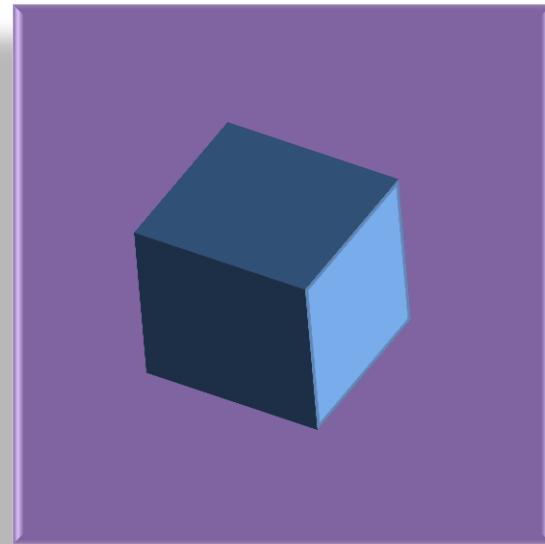
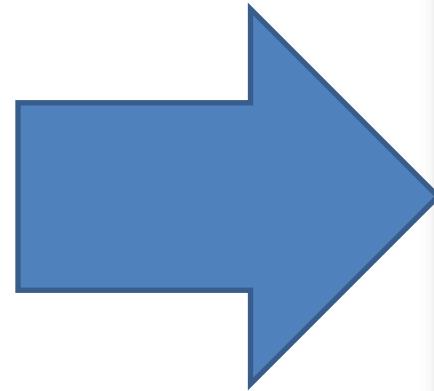
# Метод растеризации работает с помощью проекции сцены на изображение

В общем случае **растеризация** – преобразование векторной информации в растровый формат

В трехмерной компьютерной графике – конкретный алгоритм синтеза изображений

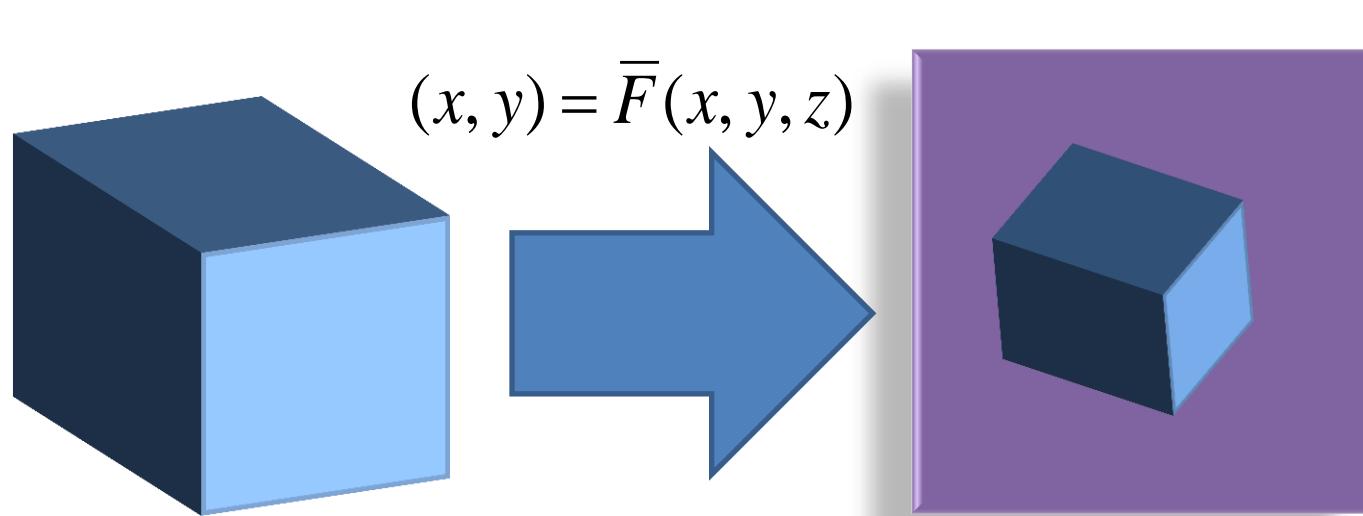


$$(x, y) = \bar{F}(x, y, z)$$



# Алгоритм растеризации: функция отображения + расчет цвета пикселей

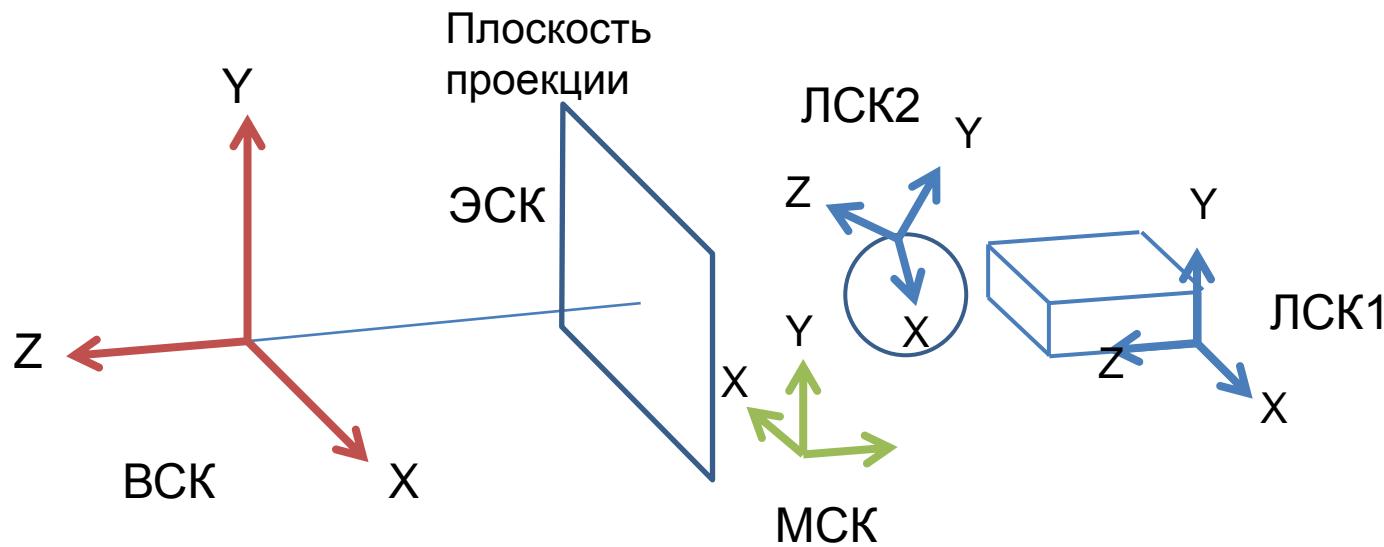
- I. Для геометрии модели задается функция отображения в двумерное пространство экрана
- II. Функция применяется к модели: определяется множество точек на экране
- III. Растеризация – отображение на пиксели
- IV. Вычисляется цвет пикселей изображения



# Функция проекции на практике задается как комбинация преобразований

Три последовательных преобразования:

- модельное преобразование (ЛСК -> МСК)
- видовое преобразование (МСК -> ВСК)
- проективное преобразование (ВСК -> ЭСК)



# Свойства: скорость и поддержка на уровне графических процессоров

- Широко распространен
- Аппаратная поддержка
- OpenGL, DirectX реализуют именно этот подход
- Ориентация на скорость визуализации
- Определяет только проекцию, поэтому может быть совмещен с различными подходами по вычислению цвета



# Лекция из трех частей: алгоритм растеризации, OpenGL, геометрические преобразования

Алгоритм синтеза изображений  
с помощью растеризации

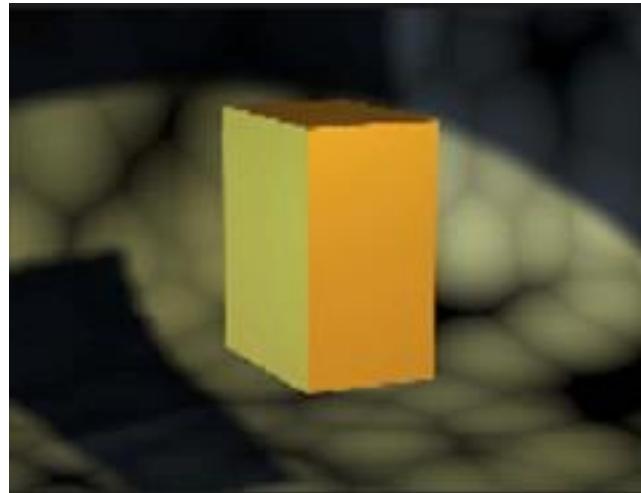
Геометрические  
преобразования

OpenGL: Архитектура и  
основные функции

# Что такое геометрические преобразования?

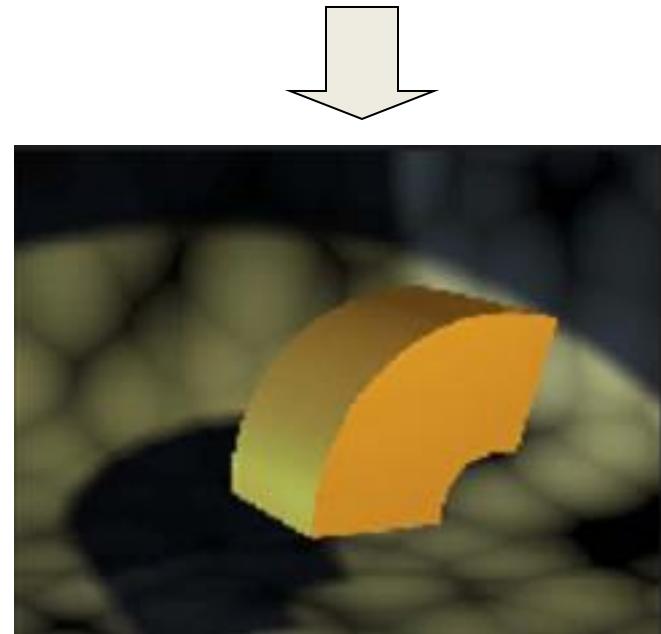
Модель

- Например, описание поверхности трехмерного объекта
- Некоторое подмножество точек декартова пространства



Зачем применять преобразования к модели?

- Создание моделей (сцен) из компонент
- Редактирование моделей
- Преобразования в процессе синтеза изображений



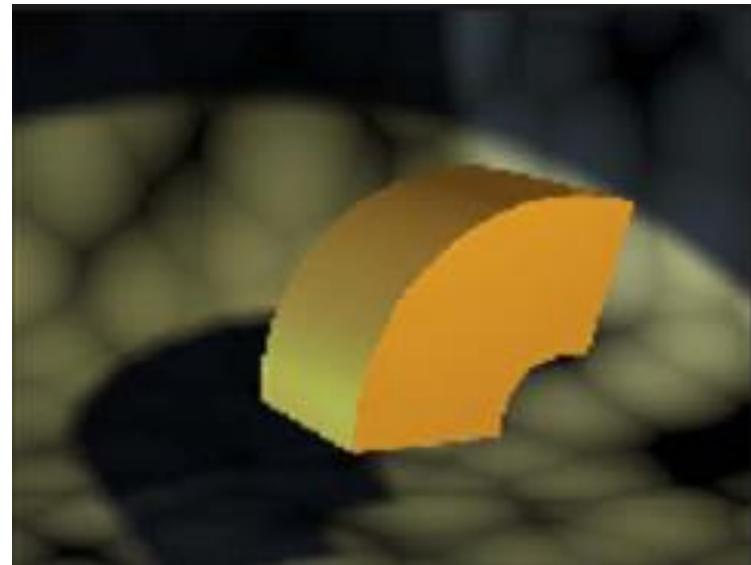
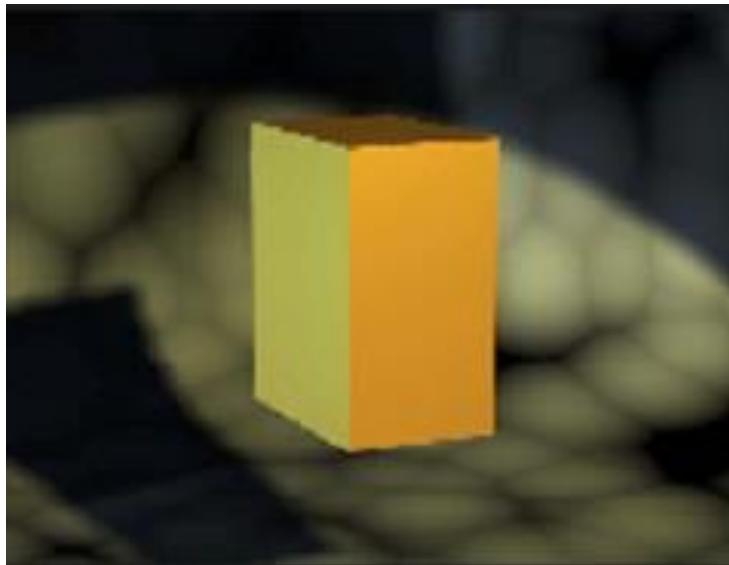
# Два класса преобразований: линейные и нелинейные

- Линейные преобразования
- Нелинейные преобразования

$$x' = Ax + By + Cz + D$$

$$y' = Ex + Fy + Gz + H$$

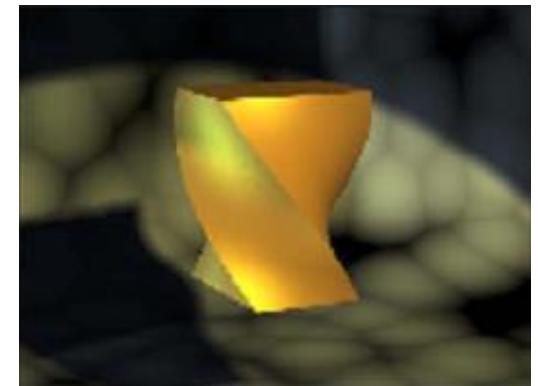
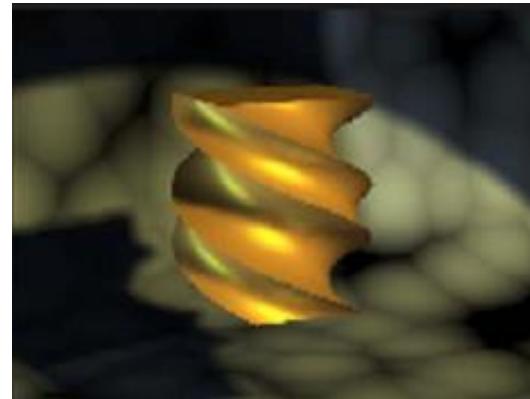
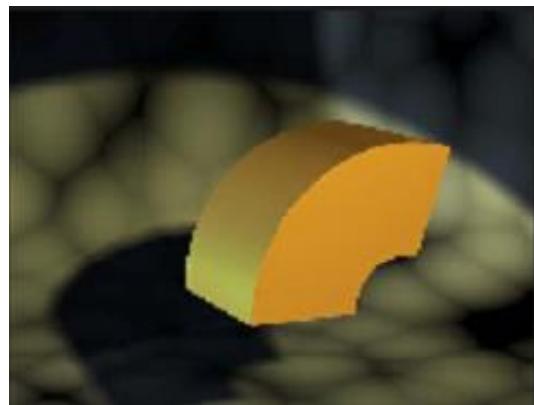
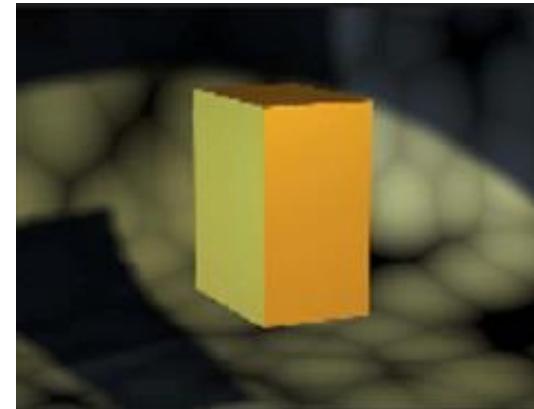
$$z' = Ix + Jy + Kz + L$$



# Нелинейные преобразования – произвольные деформации модели

Произвольное  
преобразование точек  
модели

$$M' = T(M)$$



# Линейные преобразования – интересующий нас класс преобразований

$$x' = Ax + By + Cz + D$$

$$y' = Ex + Fy + Gz + H$$

$$z' = Ix + Jy + Kz + L$$

Линейное преобразование применяется к каждой точке модели

Не изменяет топологию!

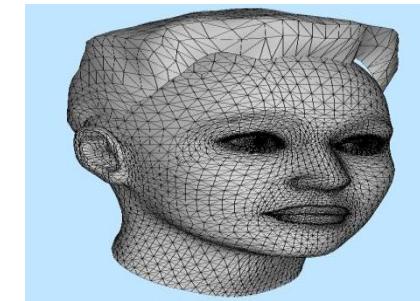
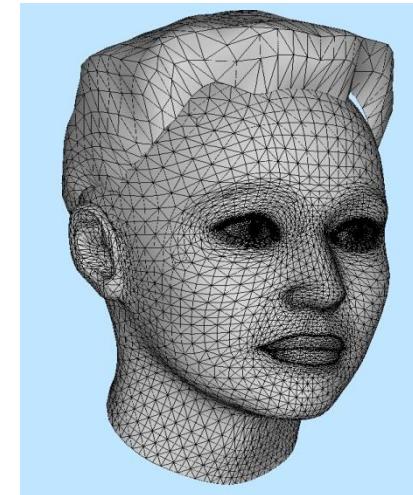
# Для полигональных моделей линейные преобразования достаточно применить к вершинам!

Для полигональных моделей достаточно применить преобразование к вершинам модели!

- Линейная интерполяция

Алгоритмически эффективно, легко векторизуется

Растеризация основана на линейных преобразованиях

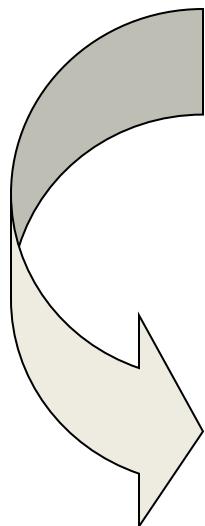


# Преобразования можно записать в матричной форме

$$x' = Ax + By + Cz + D$$

$$y' = Ex + Fy + Gz + H$$

$$z' = Ix + Jy + Kz + L$$



$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ E & F & G & H \\ I & J & K & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

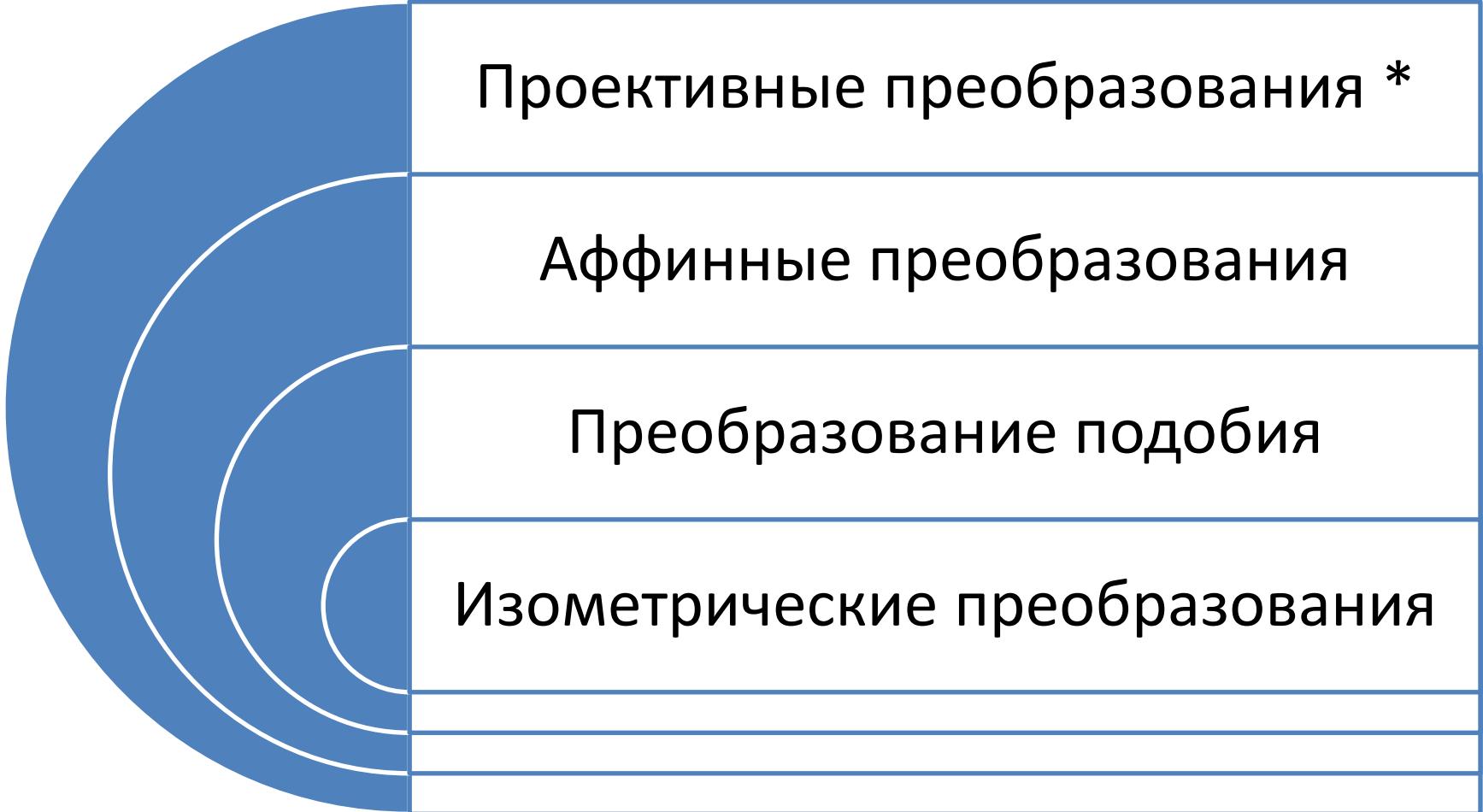
# 4-я координата W важна!

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ E & F & G & H \\ I & J & K & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Позволяет использовать матричную запись для всех линейных преобразований (если использовать матрицы 3x3, невозможно представить перенос)
- Позволяет описать так называемой перспективное деление (нужно для проекции)

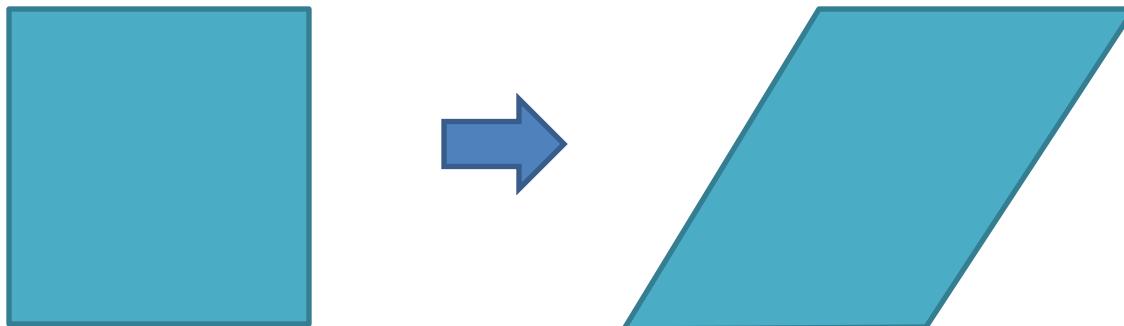
# Типичные линейные преобразований



# Аффинные преобразования – сохраняют параллельность

Линейные +

- $w = 1$
- Сохраняется параллельность линий
- Пример: сдвиг



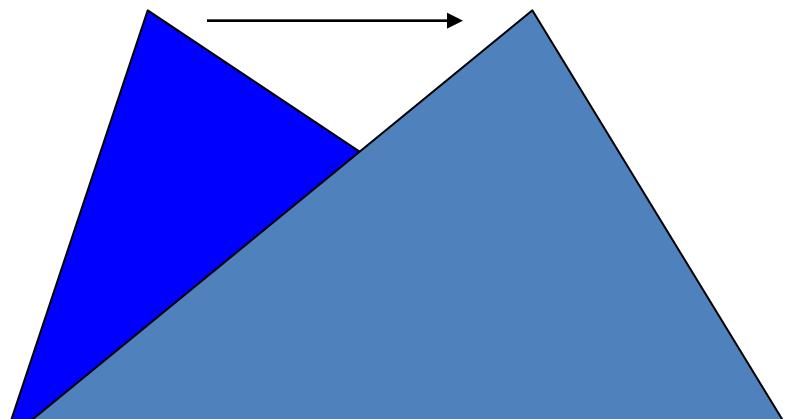
# Сдвиг

$$x' = x + ay$$

$$y' = y + bx$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

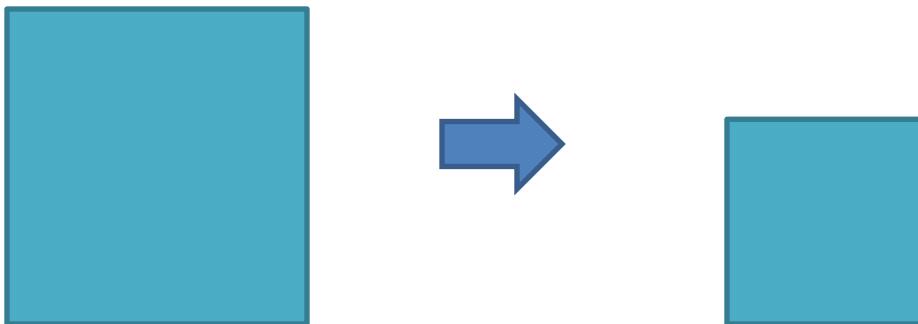
Аффинное  
преобразование



# Преобразования подобия – сохраняют углы

Аффинные +

- Сохраняются углы
- Пример: равномерное масштабирование



# Масштабирование

$$x' = ax$$

$$y' = by$$

$$z' = cz$$

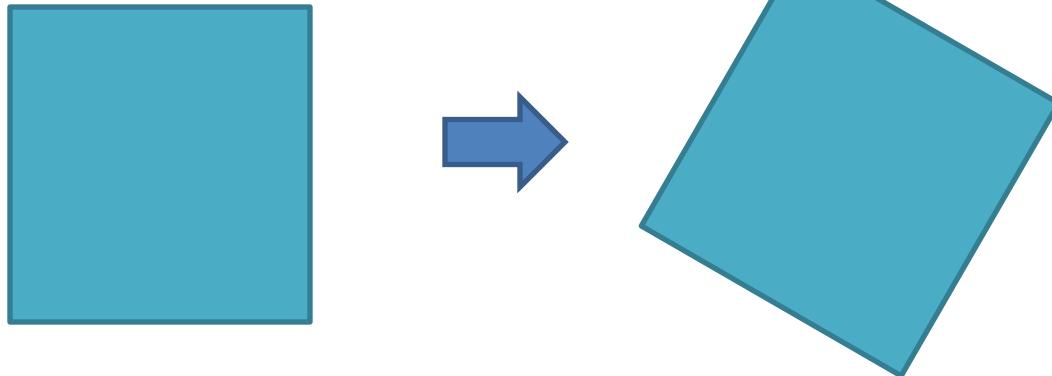
Равномерное =  
преобразование подобия

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

# Изометрические преобразования – сохраняют размеры

Подобия +

- Сохраняются расстояния
- Пример: поворот, перенос



# Параллельный перенос

$$x' = x + \Delta x$$

$$y' = y + \Delta y$$

Изометрия

$$z' = z + \Delta z$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

# Поворот (2D)

$$x' = x \cos \theta - y \sin \theta$$

$$y' = x \sin \theta + y \cos \theta$$

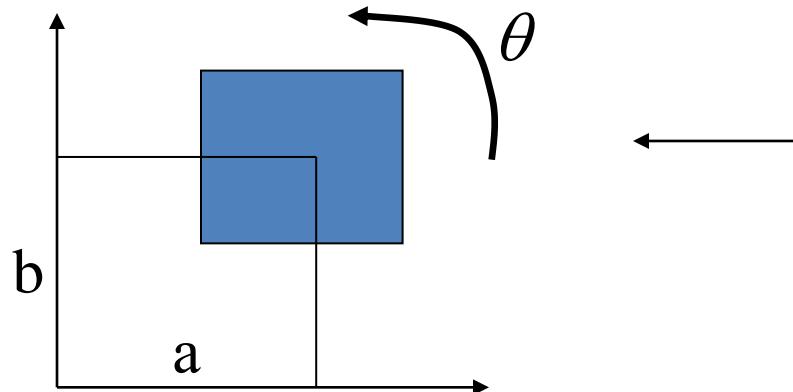
Изометрия

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

# Введем набор типичных преобразований и их обозначения

- Сдвиг  $Sh(a,b,c)$
- Масштабирование  $S(a,b,c)$
- Перенос  $T(a,b,c)$
- Поворот  $R(\theta)$  или  $R(\text{axis}, \theta)$

**Суперпозиция преобразований позволяет составлять сложные преобразования из простых**



Повернуть вокруг центра

Записывать так

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = (T(a,b) * R(\theta) * T(-a,-b)) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Произносить так

# Задача

$$x' = x + ay$$

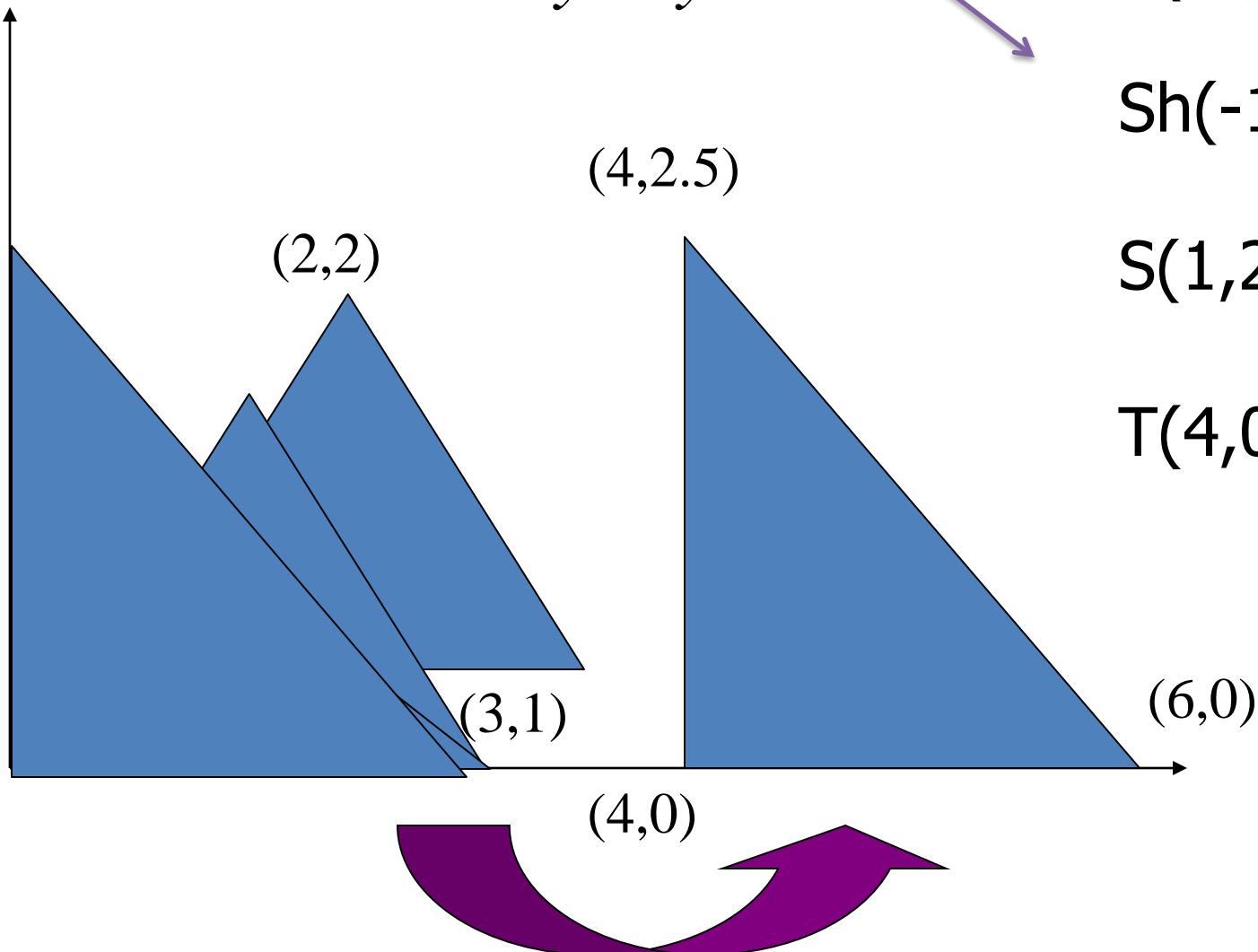
$$y' = y + bx$$

$T(-1, -1)$

$Sh(-1, 0)$

$S(1, 2.5)$

$T(4, 0)$



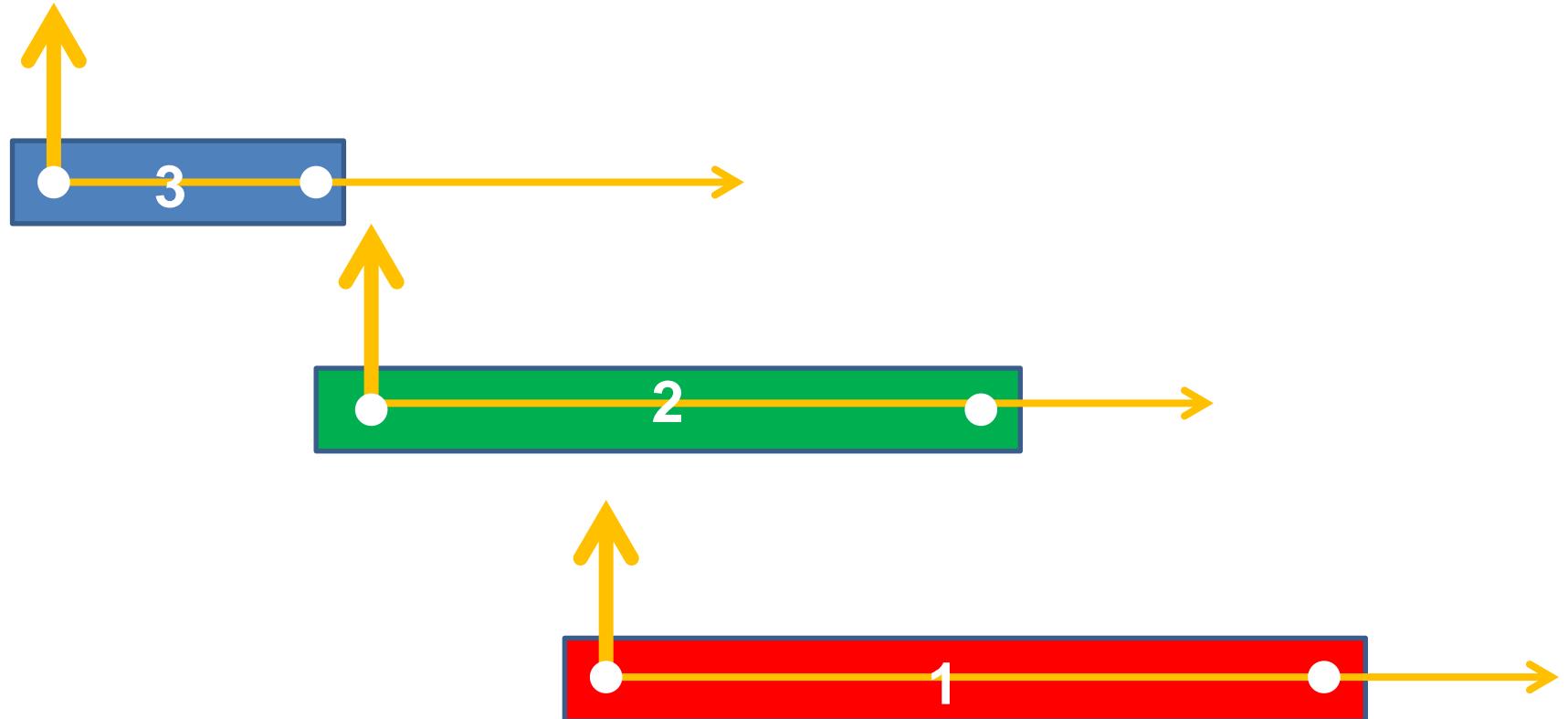
# Решение задачи

1.  $T(-1, -1)$
2.  $Sh(-1, 0)$
3.  $S(1, 2.5)$
4.  $T(4, 0)$

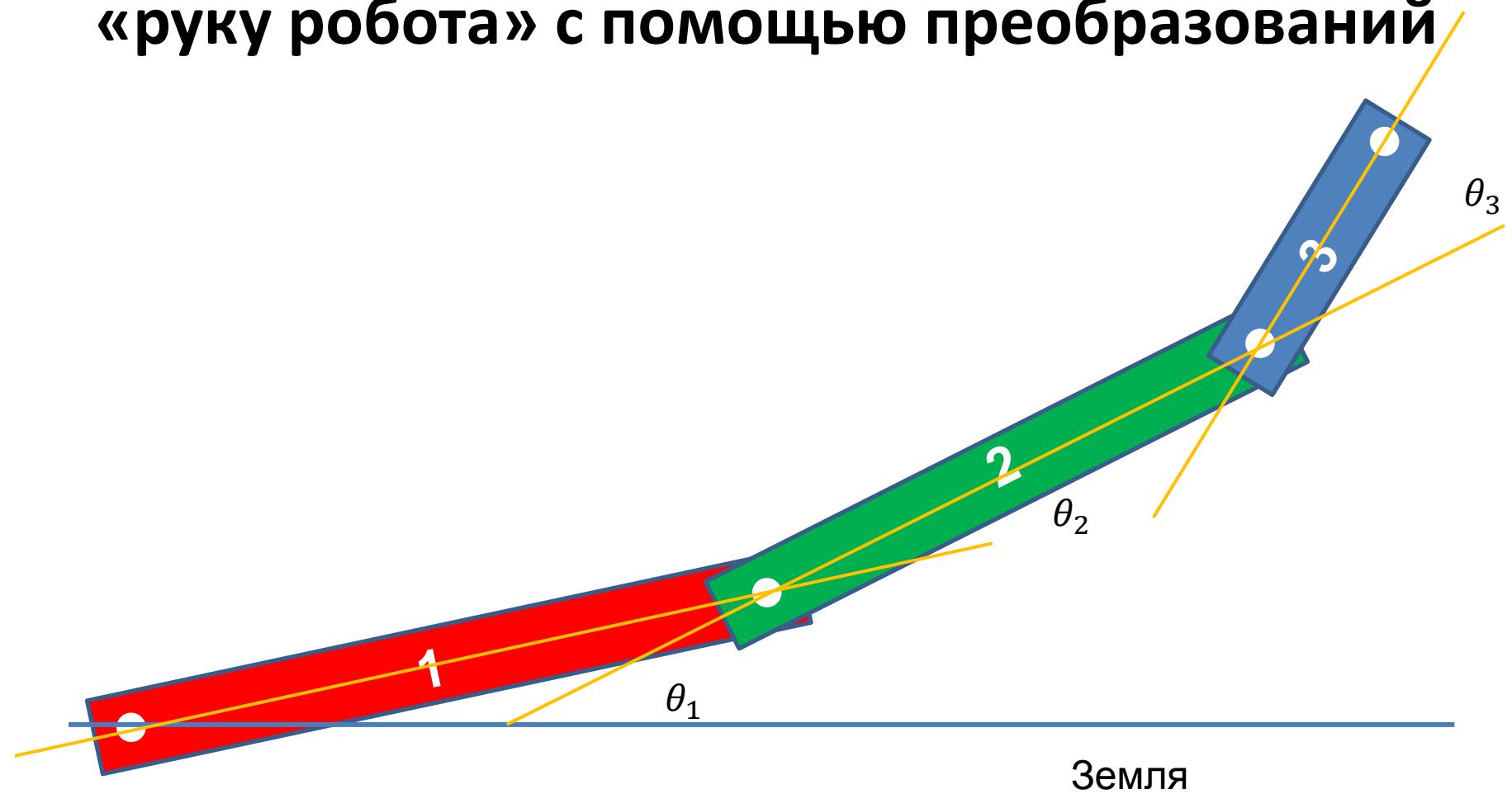
$$M = T(4, 0) * S(1, 2.5) * Sh(-1, 0) * T(-1, -1)$$

$$P' = M * P$$

# Иерархия преобразований: даны три блока

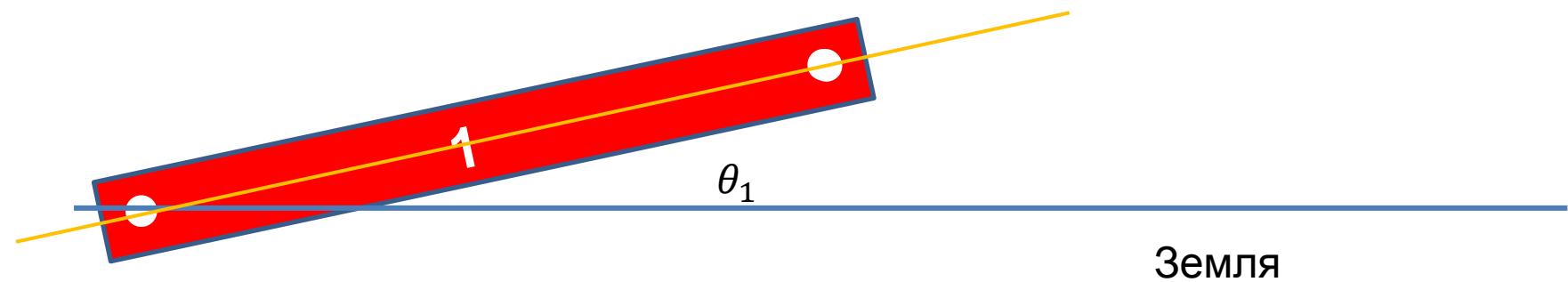


# Иерархия преобразований: цель – составить «руку робота» с помощью преобразований



# Шаг 1: двигаем и поворачиваем блок 1

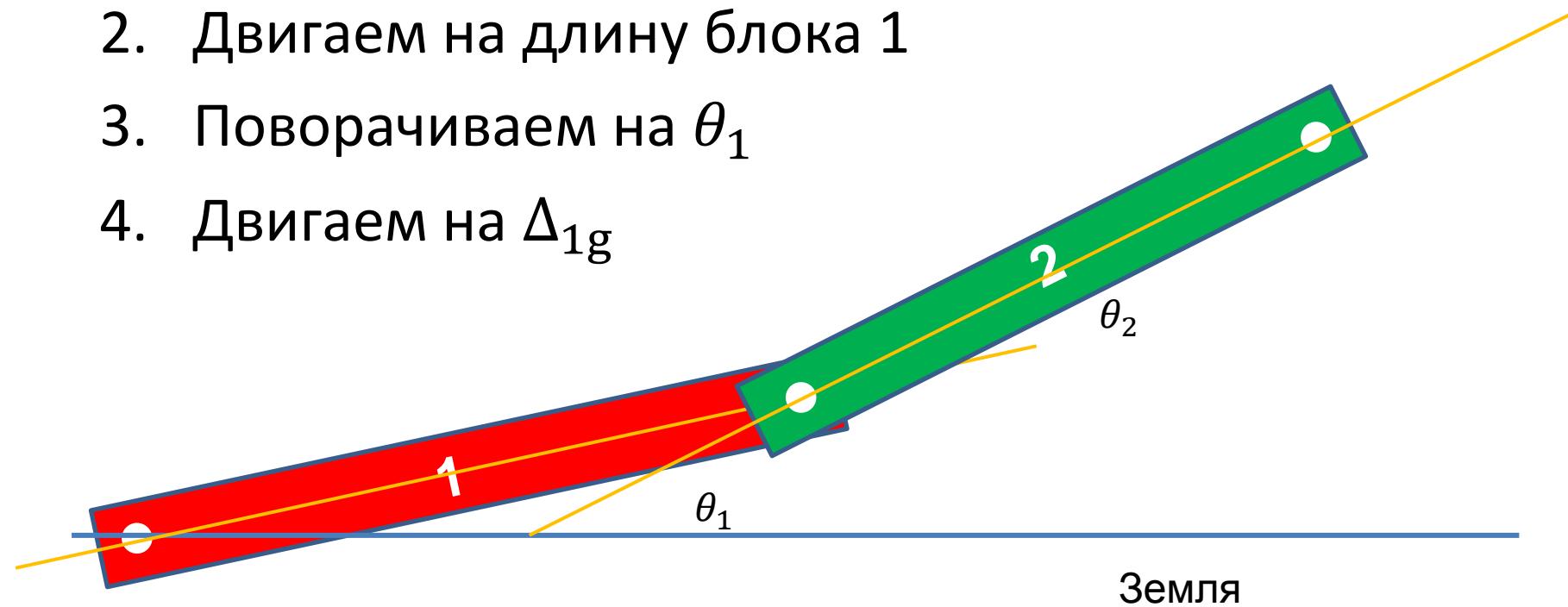
1. Поворачиваем на  $\theta_1$
2. Двигаем на  $\Delta_{1g}$



$$\text{Получаем } M_{1g} = T_{1g} * R_{\theta_1}$$

## Шаг 2: двигаем и поворачиваем блок 2

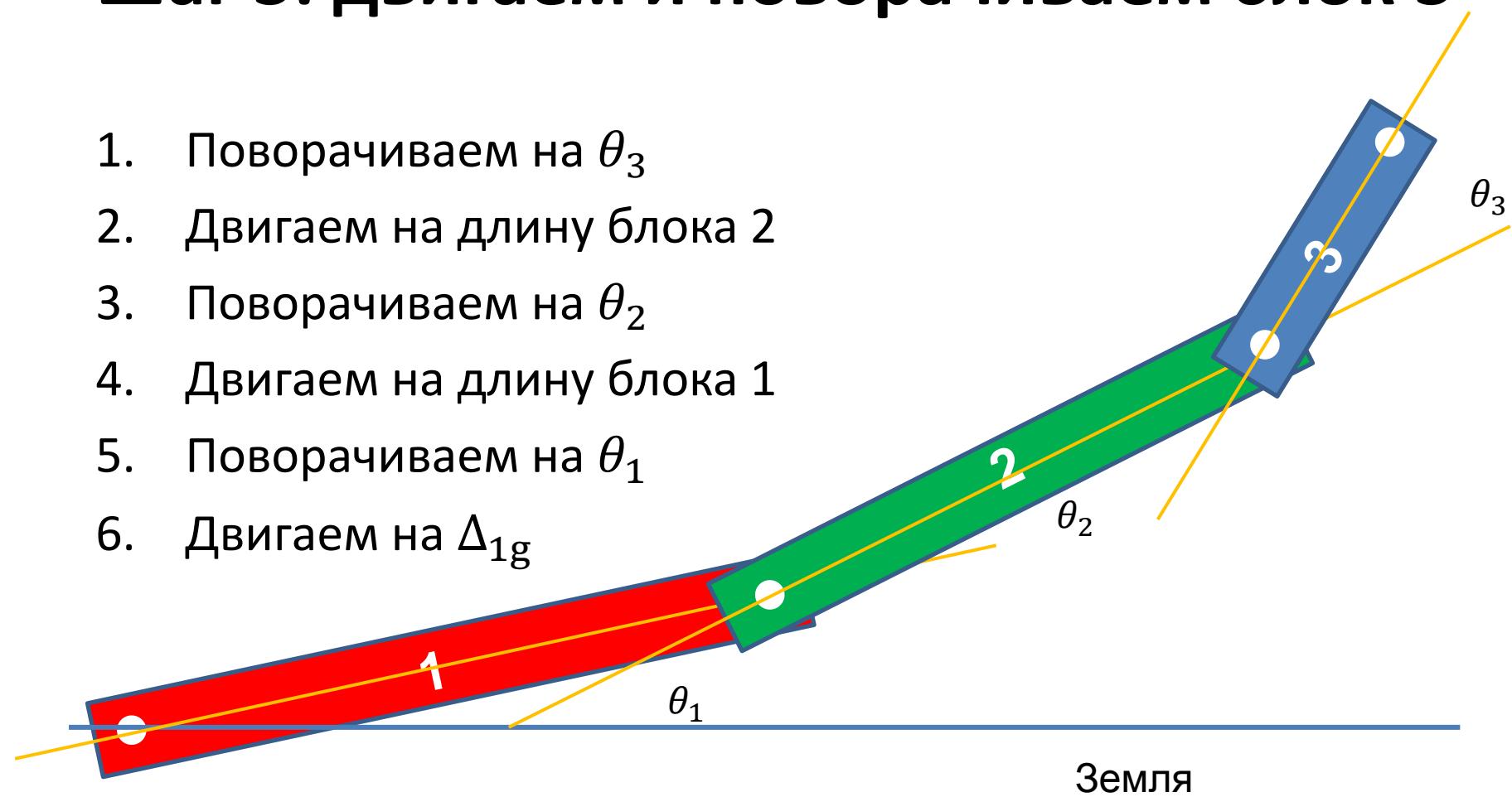
1. Поворачиваем на  $\theta_2$
2. Двигаем на длину блока 1
3. Поворачиваем на  $\theta_1$
4. Двигаем на  $\Delta_{1g}$



Получаем  $M_{2g} = T_{1g} * R_{\theta_1} * T_{21} * R_{\theta_2} =$   
=  $M_{1g} * T_{21} * R_{\theta_2} = M_{1g} * M_{21}$

## Шаг 3: двигаем и поворачиваем блок 3

1. Поворачиваем на  $\theta_3$
2. Двигаем на длину блока 2
3. Поворачиваем на  $\theta_2$
4. Двигаем на длину блока 1
5. Поворачиваем на  $\theta_1$
6. Двигаем на  $\Delta_{1g}$



Получаем  $M_{3g} = T_{1g} * R_{\theta_1} * T_{21} * R_{\theta_2} * T_{32} * R_{\theta_3} =$   
=  $M_{1g} * M_{21} * T_{32} * R_{\theta_3} = M_{1g} * M_{21} * M_{32}$

# Иерархия преобразований: итог

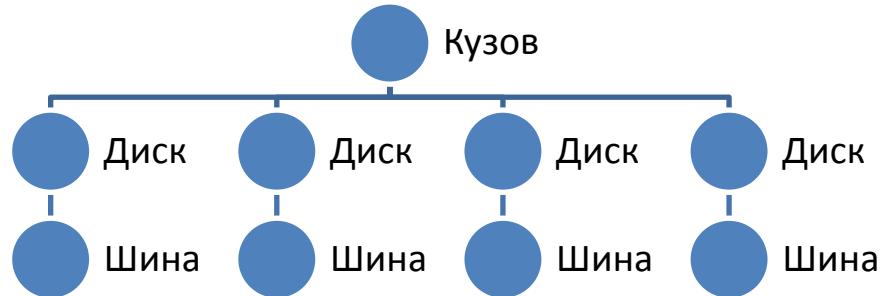
- $M_{1g} = T_{1g} * R_{\theta_1}$
- $M_{2g} = M_{1g} * M_{21}$
- $M_{3g} = M_{2g} * M_{32}$
- Относительное преобразование каждого блока зависит только от его геометрии
- Абсолютное преобразование формируется домножением на «родительское преобразование»
- Чтобы двигать три блока вместе, надо менять только параметры первого (родительского) блока
- Чтобы повернуть 2й или 3й блок, нужно менять только параметры локального преобразования

# Сложные модели создаются с помощью иерархии преобразований

Сложные геометрические сцены создаются путем иерархии моделей со своими преобразованиями



(c) wikimedia

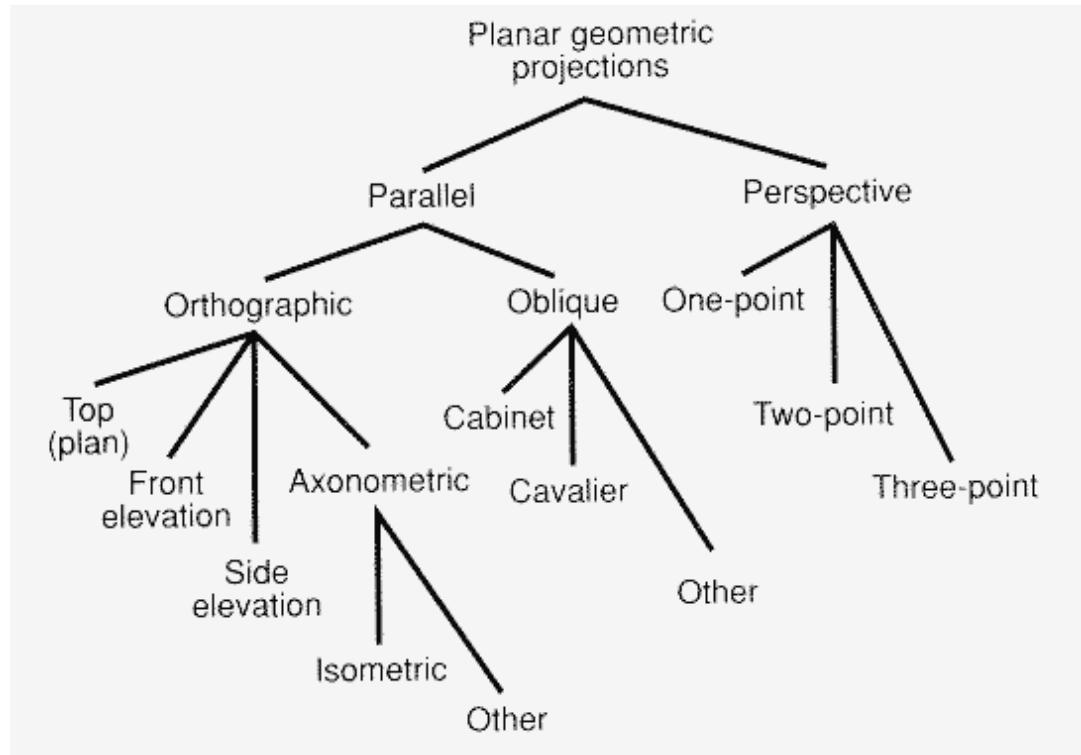


# Модель наблюдателя. Проективные преобразования

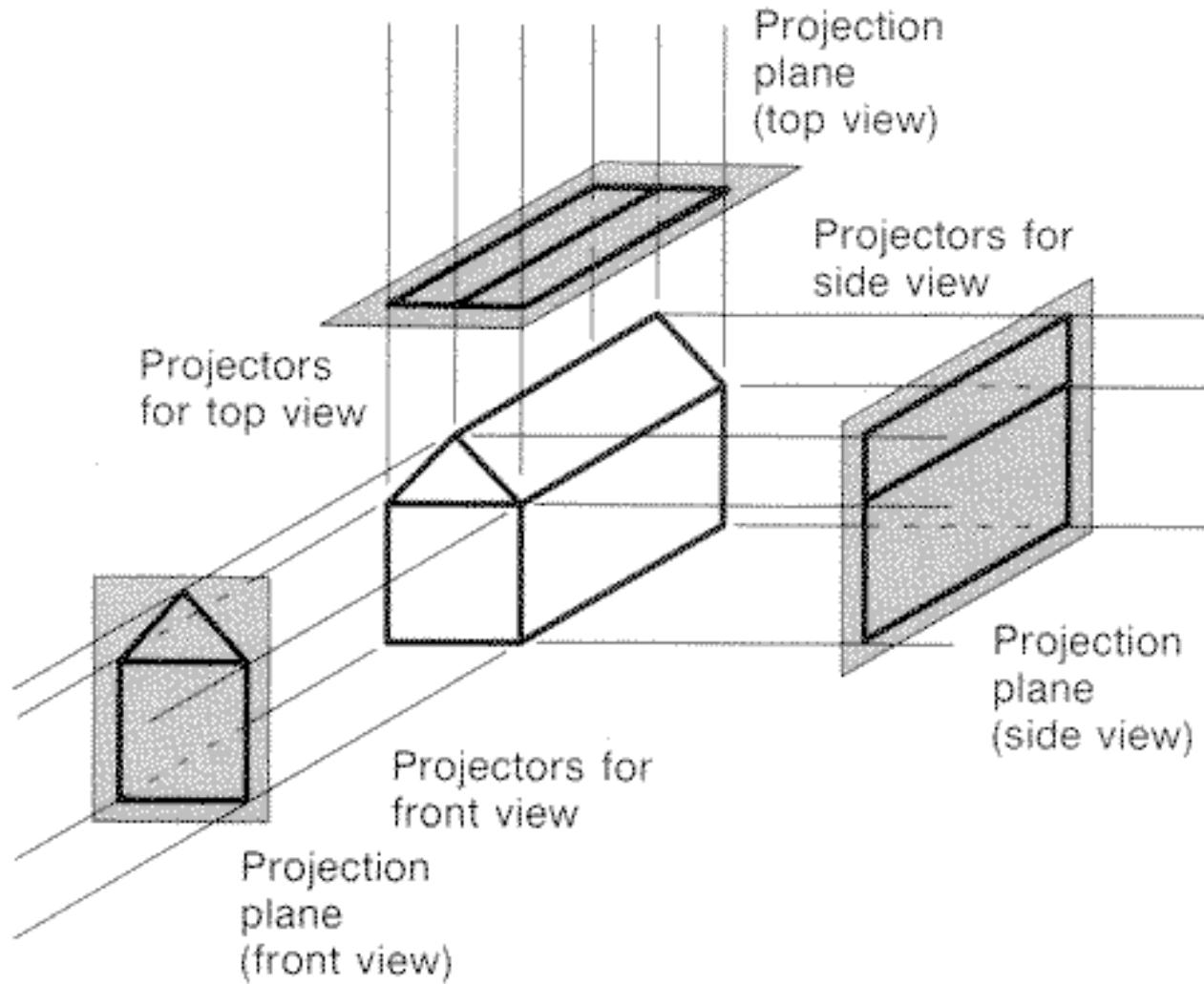
- Все современные дисплеи визуализируют изображение => необходимо преобразовать 3D данные в 2D !
- Важнейший класс преобразований
- Для выполнения таких преобразований применяются проективные преобразования
- Описываются матрицей 4x4 (линейным преобразованием)

# Типы проекций

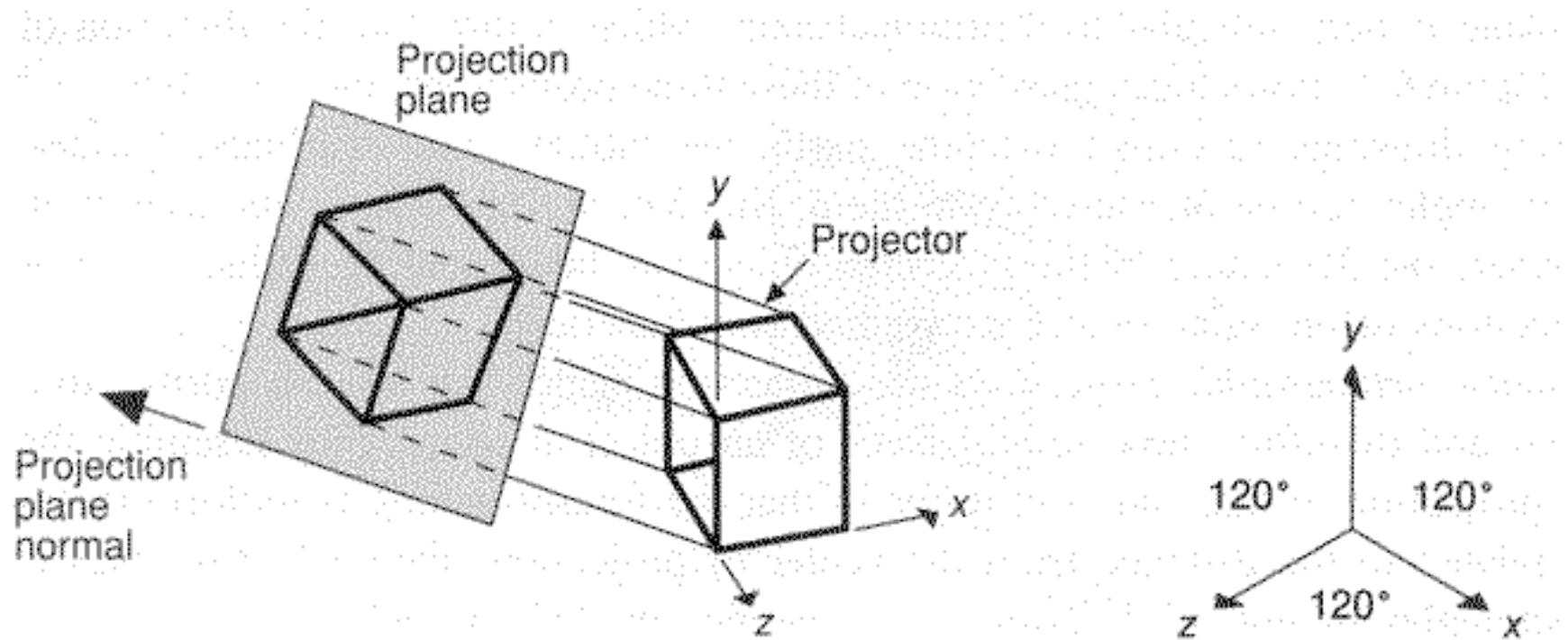
- Много разновидностей
  - Применяются в дизайне и т.п.
- Основные виды
  - Параллельные
    - Ортографические
    - Косоугольные
  - Перспективные
    - 1,2,3-х точечные



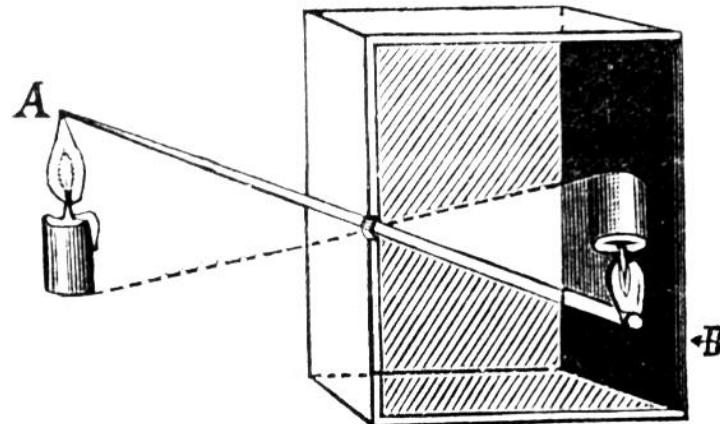
# Ортографическая проекция – вдоль осей



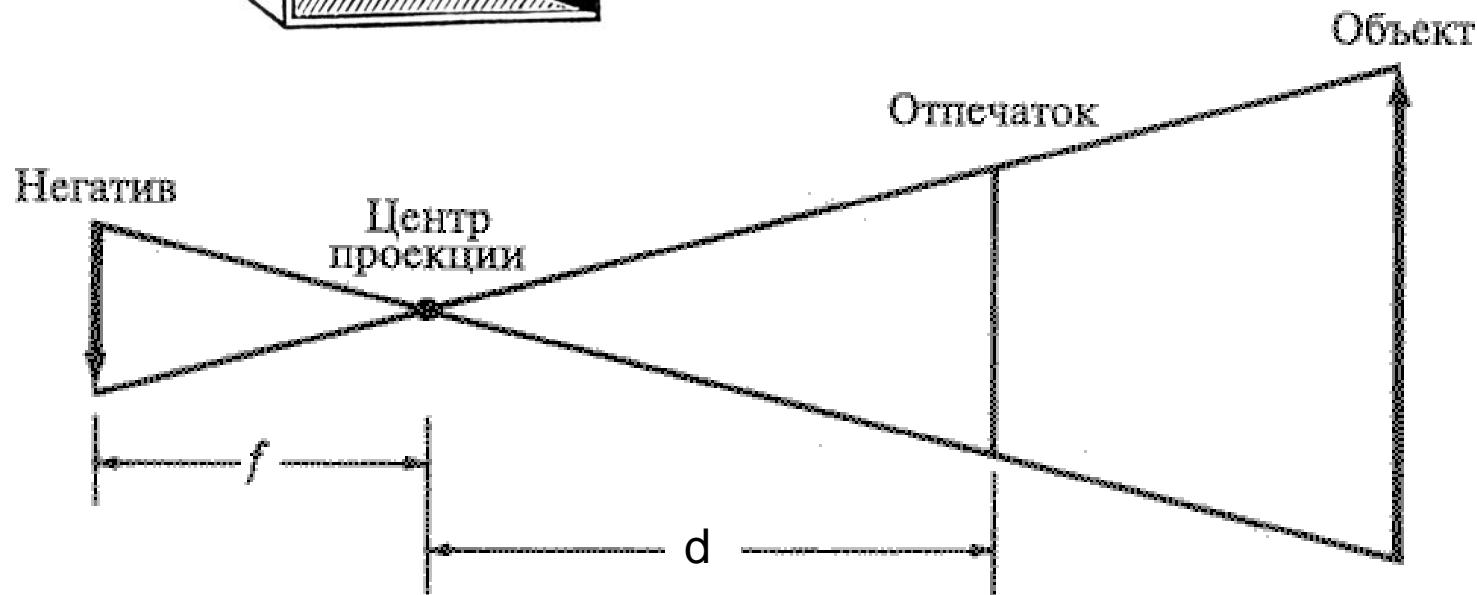
# Изометрическая проекция – размеры сохраняются



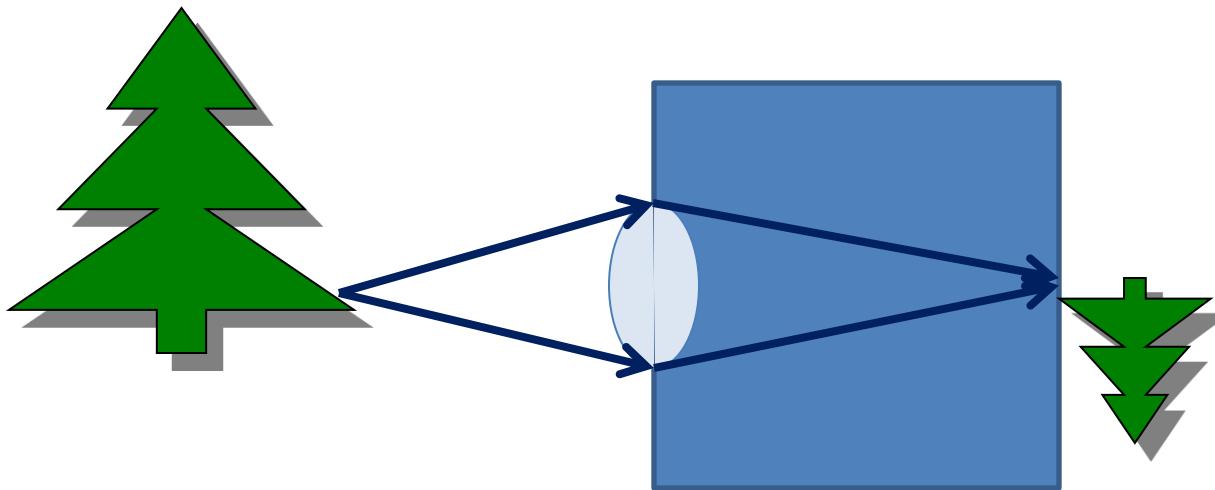
# Перспективная проекция пришла из фотографии



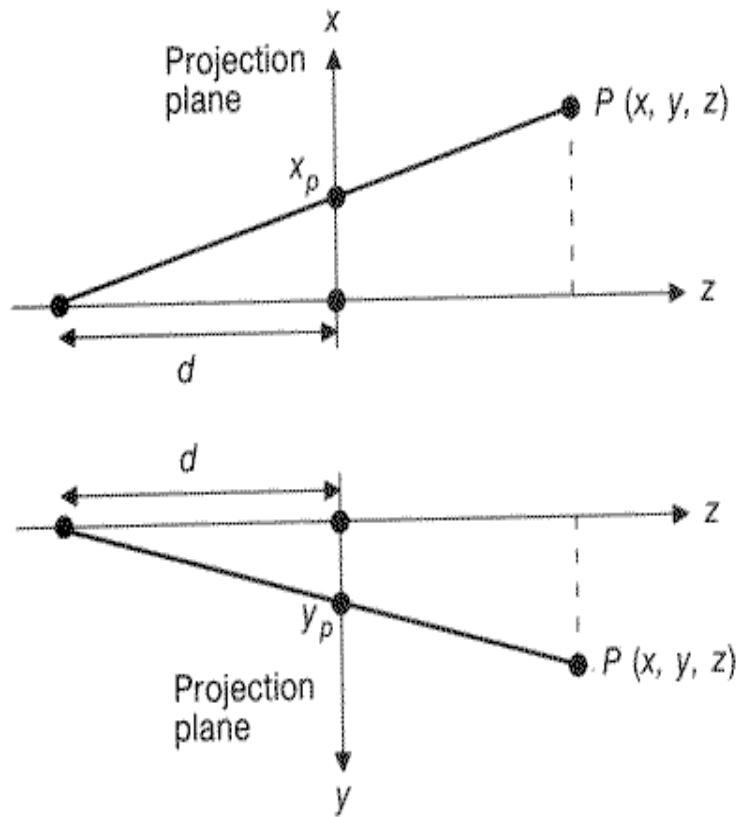
Модель объектива (камера-обскура) с бесконечно малым размером диафрагмы



# Оптические системы с линзой



# Математическая запись перспективной проекции на плоскость Оху вдоль оси z



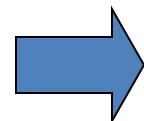
$$\frac{x_p}{d} = \frac{x}{z+d}, \quad \frac{y_p}{d} = \frac{y}{z+d},$$

$$x_p = \frac{d \cdot x}{z+d} = \frac{x}{(z/d)+1}$$

$$y_p = \frac{d \cdot y}{z+d} = \frac{y}{(z/d)+1}$$

# Перспективная проекция : возможна запись в матричном виде

$$x_p = \frac{x}{(z/d) + 1}$$



$$y_p = \frac{y}{(z/d) + 1}$$

$$M_{per} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 1 \end{bmatrix}$$

# Запись в матричном виде: Перспективное деление

Применяем матрицу  $M_{per}$

$$M_{per} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \\ z/d + 1 \end{pmatrix}$$

Необходима нормализация  
(перспективное деление)

Четвертая компонента не равна 1 !

- Результат уже не в декартовых координатах

Однородные координаты!

$$x = x / w$$

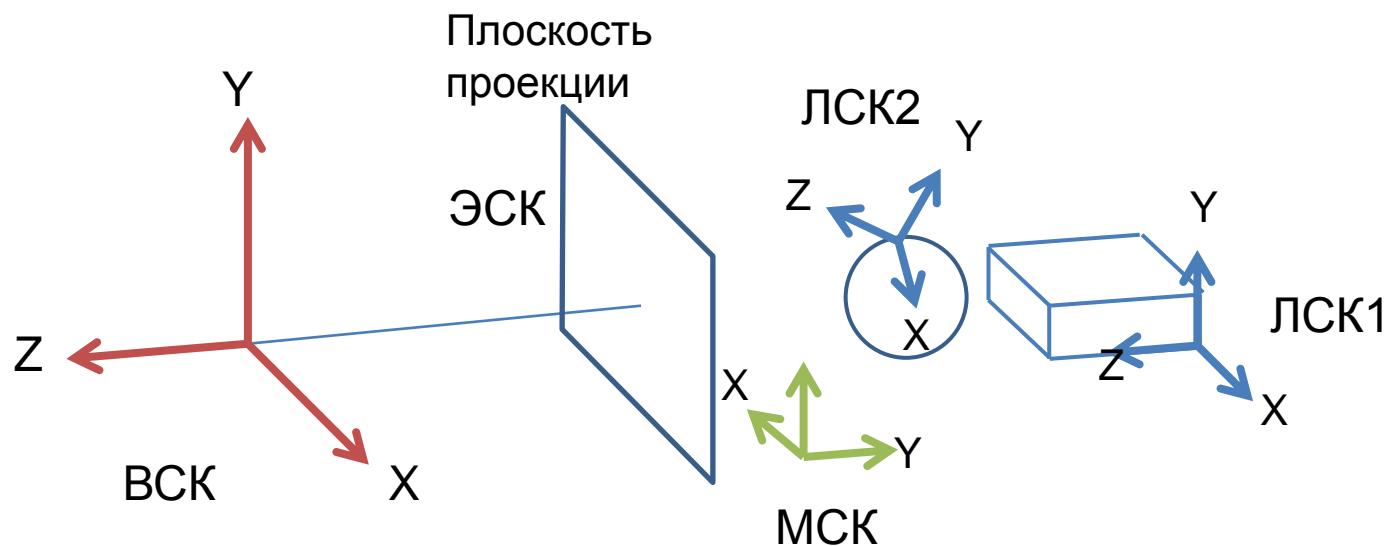
$$y = y / w$$

$$z = z / w$$

# В классическом конвейере применяются исключительно линейные и проективные преобразования

- В графическом конвейере OpenGL используются линейные и проективные геометрические преобразования
- Преобразования описываются матрицами  $4 \times 4$
- Операции производятся над векторами в однородных координатах

# Обработка вершин: три последовательных преобразования (ЛСК->МСК->ВСК->ЭСК)

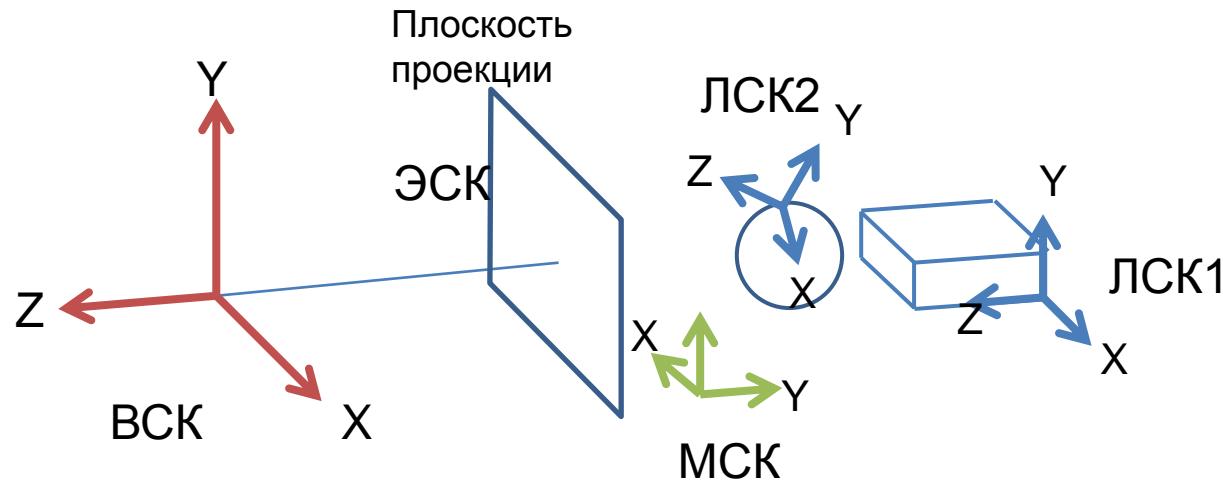


# Модельное преобразование – из локальных в мировые координаты

Переводит модель, заданную в локальных (собственных) координатах, в глобальное (мировое пространство)

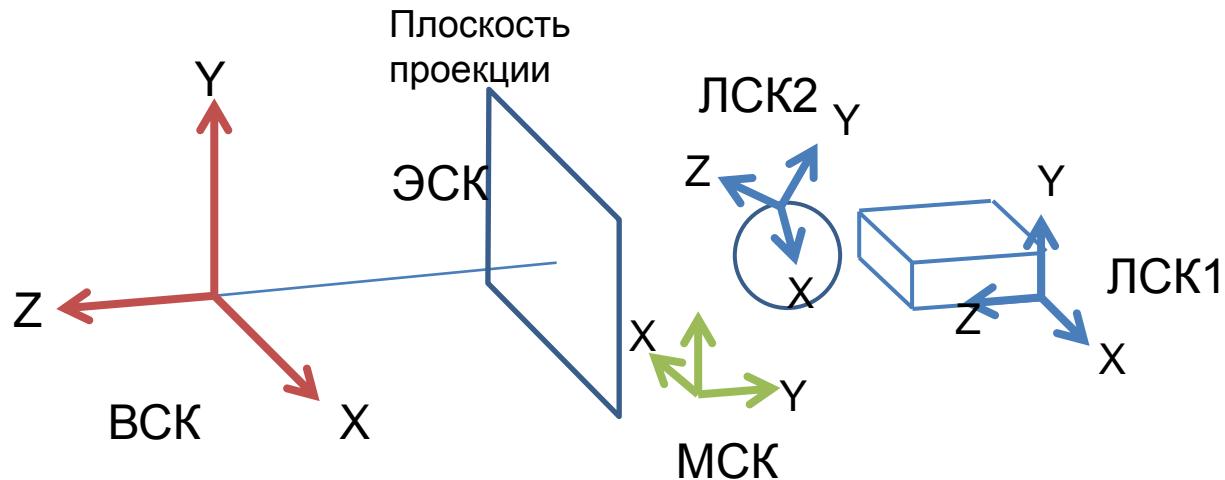
Модель «собирается» из частей, с помощью модельных преобразований (обычно композиция переносов, поворотов, масштабирования)

На выходе – модель в единых мировых координатах



# Виртуальная камера – нужно задать для получения изображения

- Определяет положение наблюдателя в пространстве
- Параметры
  - Положение
  - Направление взгляда
  - Направление «вверх»
  - Параметры проекции
- Положение, направление взгляда и направление «вверх» задаются матрицей видового преобразования



# Видовое преобразование – нужно для перемещения мира, который видит камера

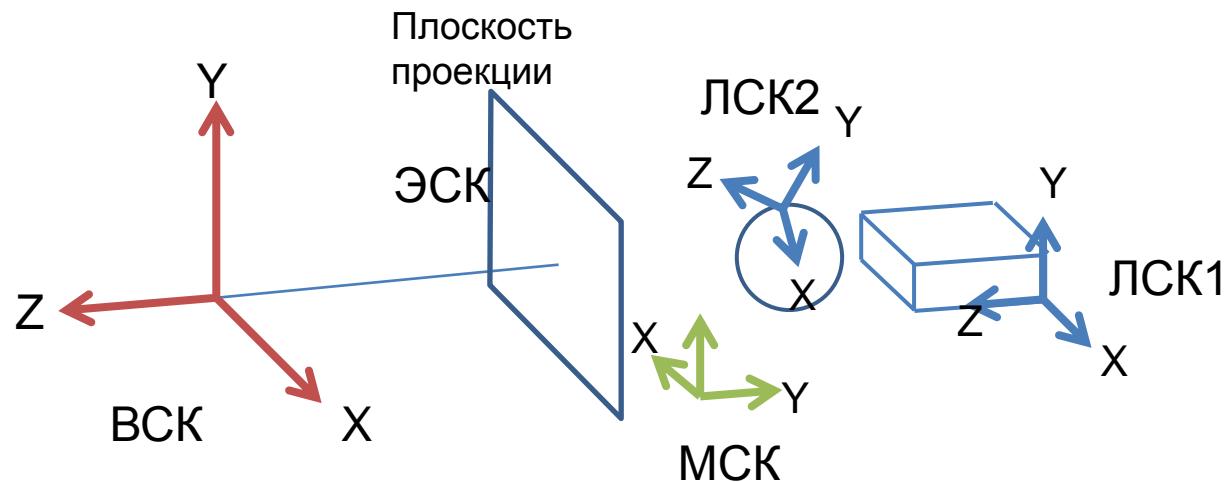
- Проективные преобразования описывают «стандартные» проекции, т.е. проецируют фиксированную часть пространства
- Что если мы хотим переместить наблюдателя?

Варианты:

- Изменить матрицу проекции чтобы включить в нее информации о камере
- **Применить дополнительное преобразование, «подгоняющее» объекты под стандартную камеру**
- Стандартная камера в OpenGL:
  - Наблюдатель в  $(0, 0, 0)$
  - Смотрит по направлению  $(0, 0, -1)$
  - Вверх  $(0, 1, 0)$

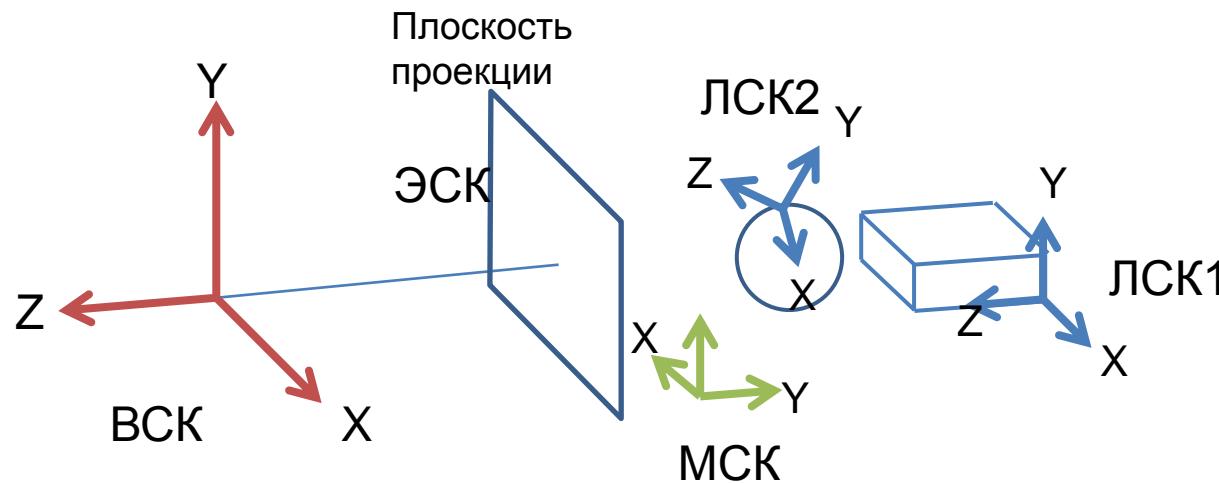
# Видовое преобразование – из мировых в видовые координаты

- «Подгоняет» мир под стандартную камеру, преобразует мировую систему координат в видовые координаты (которые подходят для «стандартной» камеры)
- На выходе – модель, готовая к проекции на экран



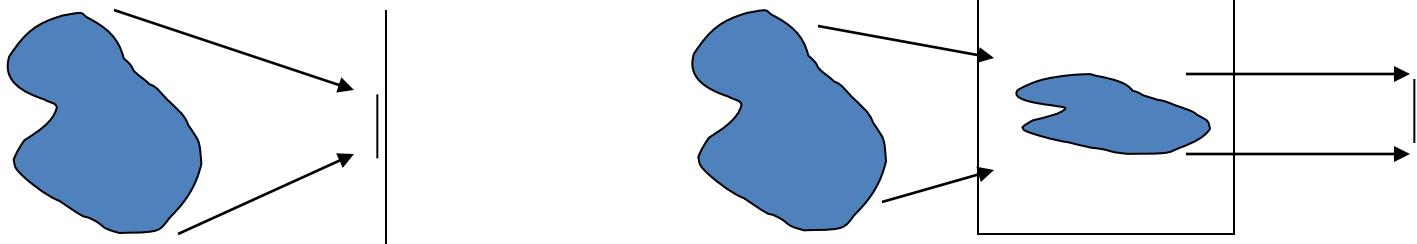
# Проективное преобразование – перспективные и масштабные искажения

- Выполняет 3D преобразование, подготавливая модель к переходу на 2D



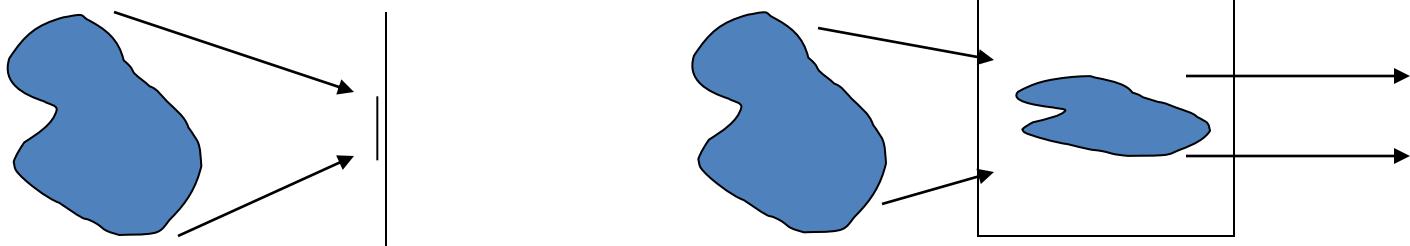
# Проективное преобразование vs. проекция (1/2)

- Матрица проекции вырожденная
  - Фактически, информация от координате z теряется
- Часто необходимо выполнять дополнительные действия уже ПОСЛЕ проецирования
  - Например, удаление невидимых линий/поверхностей
- Поэтому часто (e.g. в OpenGL) используется проективное преобразование вместо проекции
  - Проективное преобразование невырожденно и позволяет анализировать глубину!

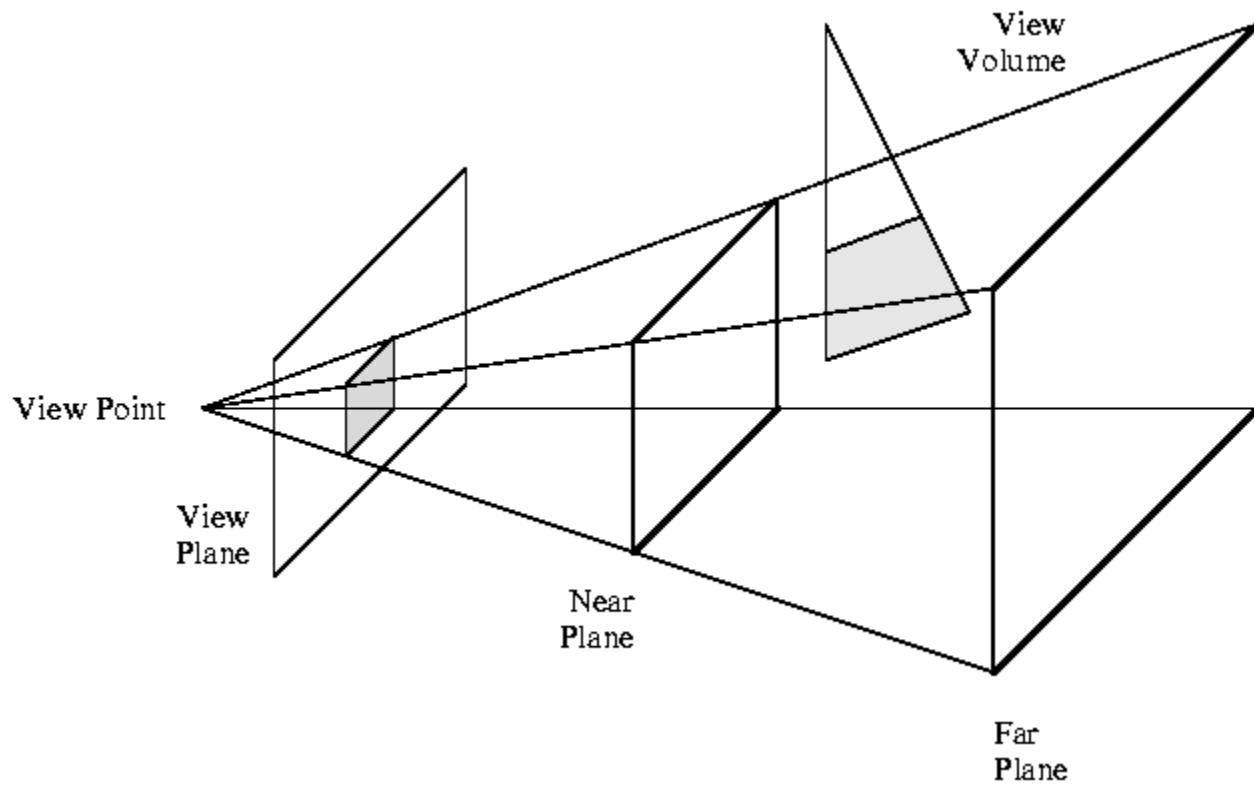


# Проективное преобразование vs. проекция (2/2)

- Проективное преобразование переводит модель в еще одну систему координат – **пространство отсечения** (clip space)
- В пространстве отсечения видимая область превращается в куб (**каноническую пирамиду видимости**)  $[-1, -1, -1] – [1, 1, 1]$

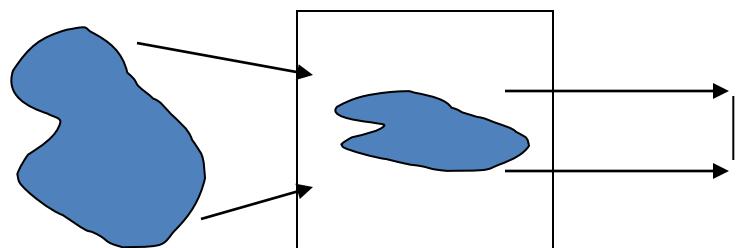


# При задании проективного преобразования необходимо указать границы отсечения



# Преобразование в экранные координаты – простое отбрасывания z-координаты

1. Отбрасываем координату z
2. Умножаем на высоту/ширину окна
  - Получаем экранные координаты



# Лекция из трех частей: алгоритм растеризации, OpenGL, геометрические преобразования

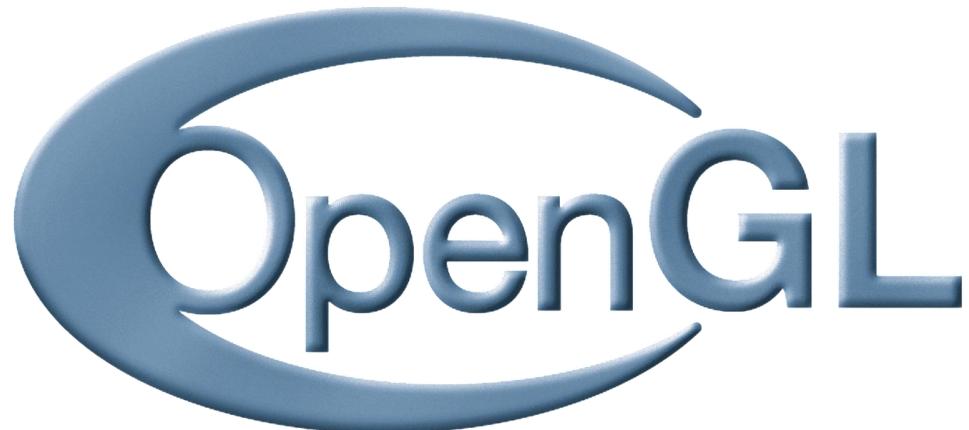
Алгоритм синтеза изображений  
с помощью растеризации

Геометрические  
преобразования

OpenGL: Архитектура и  
основные функции

# OpenGL – это программная библиотека для создания 3D-приложений

OpenGL – кроссплатформенная библиотека функций для создания интерактивных 2D и 3D приложений



Является отраслевым стандартом с 1992 года. Основой стандарта стала библиотека IRIS GL, разработанная фирмой Silicon Graphics Inc.

Основная функция: интерактивная визуализация трехмерных моделей



© NVIDIA CORPORATION 2002



[www.yeahthemovie.de](http://www.yeahthemovie.de)  
(c)2002 Spellcraft Studio





ATI RADEON 9700

# **OpenGL проста для изучения и поэтому она выбрана для вводного курса графики**

## **OpenGL**

- Стабильность (с 1992 г.): Изменения в API вносятся комитетом ARB (Architecture Review Board)
- Переносимость: Независимость от оконной и операционной системы
- Легкость применения: простой интерфейс, низкие затраты на обучение

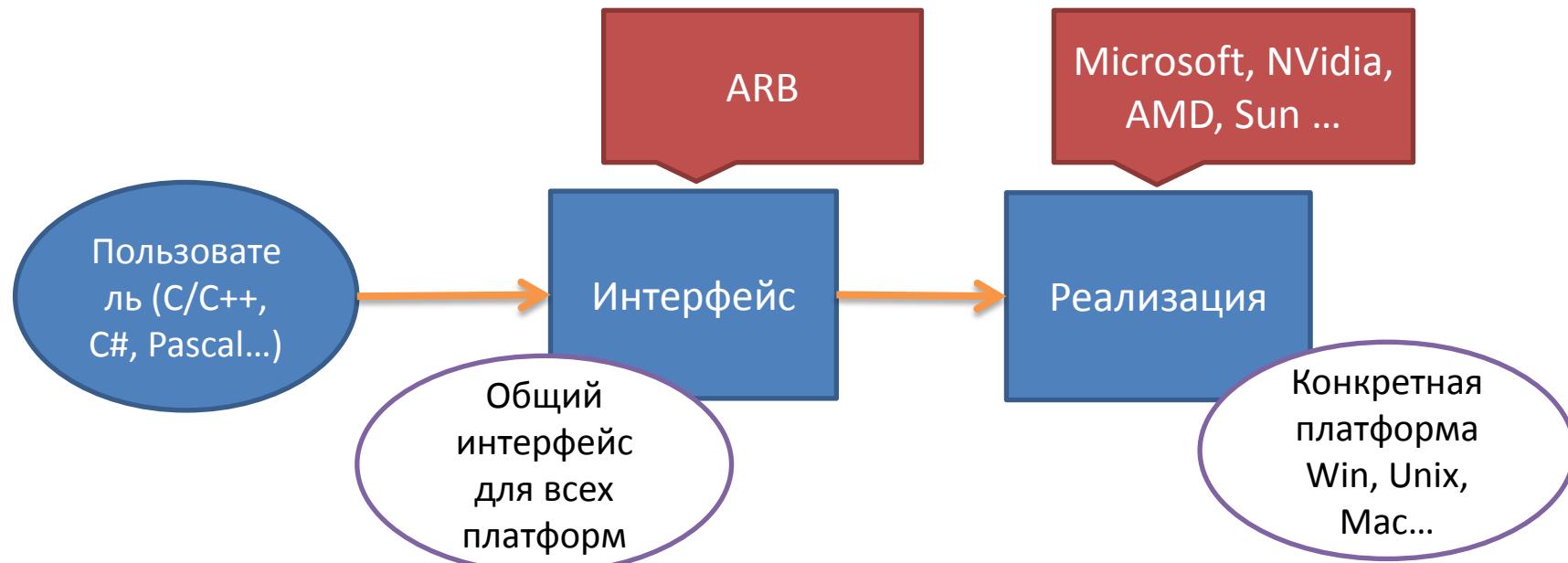
**Подходит для обучения студентов!**

**Аналогичные библиотеки: DirectX**

# OpenGL – это API и реализация

Стандартизируется прикладной программный интерфейс (API)

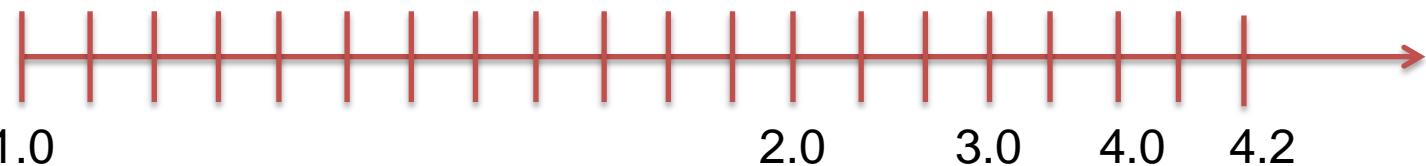
- Реализация своя для каждой платформы
- Может существовать несколько реализаций



# История OpenGL: четыре версии за 18 лет

- 1992 1.0
- 1997 1.1
  - Текстурные объекты
  - Вершинные массивы
- 1998 1.2
  - 3D текстуры
- 2001 1.3
  - Кубические текстуры,  
мультитекстурование
  - Мультисэмплинг
- 2002 1.4
- 2003 1.5
- 2004 2.0
  - Язык GLSL, поддержка шейдеров
- 2006 2.1
  - Pixel Buffer Objects
- 3.0 2008
  - Frame Buffer Objects
  - Hardware Instancing
  - Vertex Array Object
- 3.1 2009
  - Instancing
- 3.2 2009
  - Geometry Shaders
- 3.3 2010
- 4.0 2010
  - GPU Tessellation
- 4.1 2010
  - OpenGL ES Compatibility
- 4.2 2011
- 4.3 2012

1992



# OpenGL 1.x-2.x VS OpenGL 3.x-4.x

- В OpenGL 3.x+ введен новый «непосредственный» (immediate) API
- API стал более ориентирован на программируемую аппаратуру и крупные приложения
- API версий 1.x и 2.x доступен

# Конвейер OpenGL



# Итоги 1/2

- Растеризация – метод синтеза изображений с помощью отображения трехмерной геометрии на экран
- Геометрические преобразования
  - Типы преобразований
    - Нелинейные преобразования
    - Линейные преобразования (проективные)
    - Аффинные преобразования
    - Преобразования подобия
    - Изометрические преобразования
  - Однородные координаты
    - Много применений: унификация операций с матрицами, перспективное деление и т.п.
  - Комбинация, иерархия преобразований
    - Сборка модели из локальных компонент

# Итоги 2/2

- Графический конвейер: от локальной модели до точки на экране
  - Локальные, мировые, экранные координаты
- OpenGL
  - Кроссплатформенная библиотека функций для создания интерактивных 2D и 3D приложений
  - Определение геометрии
    - `glVertex`, `glBegin`, `glEnd`